

Quelques aspects sur l'utilisation des véhicules automobiles

1. Étude thermodynamique d'un moteur de voiture

1.1. Représentation du cycle

1.1.1. Allure du cycle thermodynamique.

- Le cycle est parcouru dans le sens horaire. C'est donc un cycle moteur.

En effet, le travail reçu par le fluide au cours d'un cycle est

$$W = - \oint_{\text{cycle}} p dV = \int_{(B)}^{(A)} p dV - \int_{(C)}^{(D)} p dV < 0 .$$

- L'aire du cycle est le travail délivré au milieu extérieur au cours d'un cycle.

1.1.2. Diagramme $T(S)$.

- Les transformations AB et CD sont adiabatiques réversibles, donc isentropiques : $S = cst$ au cours de ces transformations.

Donc : $T(S) = cste$.

- à volume constant, $dS = C_V \frac{dT}{T} \Rightarrow S(T) = C_V \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + S_0$.

$$\Rightarrow T(S) = T_0 \exp\left(\frac{S - S_0}{C_V}\right) : \text{Au cours des transformations}$$

isochores BC et DA, les courbes $T(S)$ sont des branches d'exponentielle.

1.2. Expression du rendement

1.2.1. $Q_C > 0$ et $Q_F < 0$. $r = -\frac{W}{Q_C}$. Or d'après le 1^{ier} principe ,

$$W + Q_C + Q_F = 0 . \text{ d'où : } r = -\frac{W}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C} .$$

$$1.2.2. \begin{cases} Q_{AB} = 0 \\ W_{AB} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_B - T_A) \end{cases}; \begin{cases} W_{BC} = 0 \\ Q_{BC} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_C - T_B) \end{cases}; \begin{cases} Q_{CD} = 0 \\ W_{CD} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_D - T_C) \end{cases}; \begin{cases} W_{DA} = 0 \\ Q_{DA} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_A - T_D) \end{cases} .$$

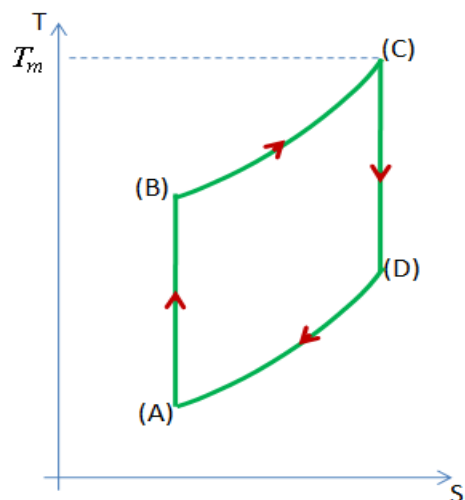
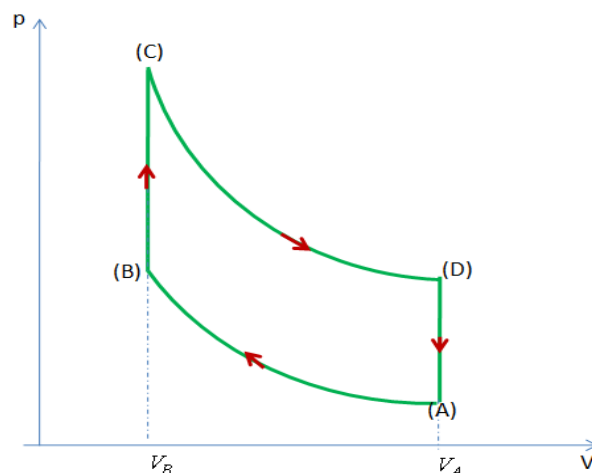
1.2.3. On a : $r = 1 + \frac{Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_{AD}}{Q_{BC}} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$. or : $\frac{T_D}{T_C} = \frac{T_A}{T_B} = x^{1-\gamma}$, donc : $\frac{T_D}{T_C} = \frac{T_A}{T_B} = \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = x^{1-\gamma}$.

D'où : $r = 1 - x^{1-\gamma}$. $r'(x) = (\gamma-1)x^{\gamma-2} > 0$: le rendement augmente avec x .

1.3. Calcul du rendement

1.3.1. $V_B = 45\text{cm}^3$ et $V_A = V_B + lS = 420\text{cm}^3 \Rightarrow r \# 59\%$.

1.3.2. La durée d'un tour est $60 \times 1/N$ (s), d'où : $\tau_c = 60 \times 2 / N \# 43\text{ms}$.



1.3.3. La consommation en carburant par unité de temps est de $D_m = \frac{dm}{dt} = \rho \frac{dV}{ds} \frac{ds}{dt} = \rho v_c v$. La puissance thermique délivrée par la combustion dans chacun des quatre cylindres est donc :

$$\dot{Q}_C = \frac{dQ_C}{dm} \frac{dm}{dt} = \frac{1}{4} q D_m = \frac{1}{4} q \rho v_c v. \text{ Ainsi, au cours d'un cycle, } Q_C = \frac{1}{4} q \rho v_c v \tau_c : \text{ AN : } \underline{Q_C \# 465 J}.$$

1.3.4. On a : $\frac{T_D}{T_C} = \frac{T_A}{T_B} = \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = x^{1-\gamma}$ et $Q_C = \frac{1}{4} q \rho v_c v \tau_c = \frac{nR}{(\gamma-1)} (T_C - T_B) = \frac{p_A V_A}{(\gamma-1) T_A} (T_C - T_B) \Rightarrow$

$$T_m = T_C = x^{\gamma-1} T_D \text{ et } T_D - T_A = x^{1-\gamma} (T_C - T_B) = x^{1-\gamma} T_A \frac{(\gamma-1) q \rho v_c v \tau_c}{4 p_A V_A} \Rightarrow$$

$$T_D = T_A \left[1 + x^{1-\gamma} \frac{(\gamma-1) q \rho v_c v \tau_c}{4 p_A V_A} \right] \text{ et : } T_m = T_A \left[x^{\gamma-1} + \frac{(\gamma-1) q \rho v_c v \tau_c}{4 p_A V_A} \right]. \text{ AN : } \underline{T_m \# 1290 K}.$$

1.3.5. Le cycle de Carnot est constitué de deux isothermes T_m et T_A et deux isentropes. D'après le 2^{ème}

principe $\frac{Q_C^c}{T_m} + \frac{Q_F^c}{T_A} = 0 \Rightarrow r_c = 1 - \frac{T_A}{T_m}$. AN : $\underline{r_c \# 73\%}$. $r < r_c$ conformément au théorème de Carnot.

1.3.6. La puissance mécanique délivrée par le moteur à quatre cylindres est $p_{méca} = r \dot{Q}_C = r q \rho v_c v$.

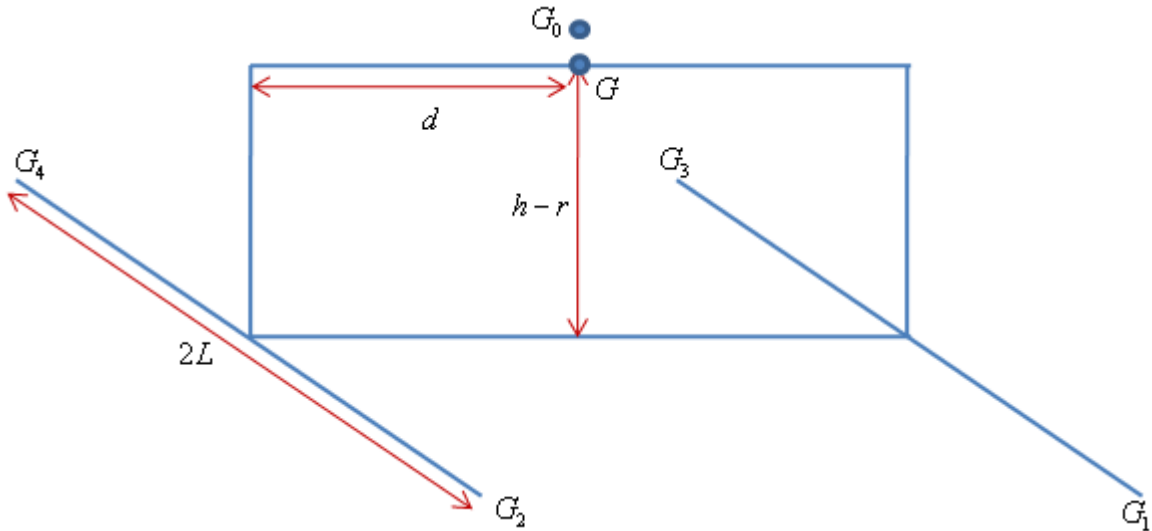
AN : $\underline{p_{méca} \# 25,6 kW}$.

2. Étude du mouvement d'une voiture

2.1. Préliminaire

2.1.1. Notons : x l'abscisse de G et $2L = G_1 G_3 = G_2 G_4$. $\overline{OG_1} = (x+d)\vec{u}_x + r\vec{u}_y + L\vec{u}_z$.

$$\overline{OG_3} = (x+d)\vec{u}_x + r\vec{u}_y - L\vec{u}_z. \overline{OG_2} = (x-d)\vec{u}_x + r\vec{u}_y + L\vec{u}_z. \overline{OG_4} = (x-d)\vec{u}_x + r\vec{u}_y - L\vec{u}_z. \vec{v}_i = \dot{x}\vec{u}_x.$$



2.1.2. $\vec{v}_g = \vec{v}(I_i \in S_i / S') = \vec{v}_i + \overline{I_i G_i} \times \vec{\omega} = \dot{x}\vec{u}_x + r\vec{u}_y \times \dot{\theta}\vec{u}_z = (\dot{x} + r\dot{\theta})\vec{u}_x = (v_i + r\omega)\vec{u}_x$.

2.1.3. La condition de non glissement des roues sur le sol est : $\vec{v}_g = \vec{0} \Rightarrow v_i + r\omega = 0$.

2.1.4. $S_0 = \{\text{carrosserie} + \text{passagers}\}$ de masse $m_0 = M$, de centre d'inertie G_0 . D'après le théorème de

Koenig : $E_C(\Sigma / \mathcal{R}) = \sum_{i=0}^4 E_C(S_i) = \frac{1}{2} M v_i^2 + 4 \times \left(\frac{1}{2} m v_i^2 + \frac{1}{2} J \omega^2 \right) = \frac{1}{2} M' v_i^2 + 2J\omega^2$.

Soit : $E_C(\Sigma / \mathcal{R}) = \left(\frac{1}{2} M' + m \right) v_i^2$.

2.1.5. $\underline{\vec{P}(\Sigma / \mathcal{R}) = M' \vec{v}_G = M' v_i \vec{u}_x}$.

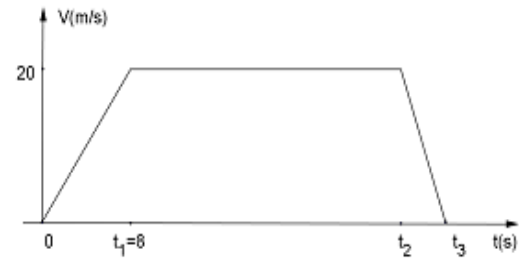
$$\underline{\vec{L}_G(\Sigma / \mathcal{R}) = \overline{GG_0} \times M \vec{v}_i + 4J\vec{\omega} + \left(\sum_{i=1}^4 \overline{GG_i} \right) \times m \vec{v}_i = 4J\vec{\omega} + \left(\sum_{i=0}^4 \overline{GG_i} \right) \times m_i \vec{v}_i = 4J\vec{\omega} = -2mrv_i \vec{u}_z}$$

Soit : $\vec{L}_G(\Sigma/\mathcal{R}) = -2mr v_i \vec{u}_z$.

2.2.

2.2.1.

- Pour , $0 \leq t \leq t_1, v(t) = 2,5t \text{ (m.s}^{-1}\text{)} \text{ et } a(t) = 2,5 \text{ms}^{-2}$.
- Pour , $t_1 \leq t \leq t_2, v(t) = 20 \text{ m.s}^{-1} \text{ et } a(t) = 0 \text{ ms}^{-2}$.
- Pour , $0 \leq t \leq t_1, v(t) = 2,5t \text{ (m.s}^{-1}\text{)} \text{ et } a(t) = 2,5 \text{ms}^{-2}$.
- Pour , $t_2 \leq t \leq t_3, v(t) = 20 \frac{t_3 - t}{t_3 - t_2} \text{ (m.s}^{-1}\text{)} \text{ et } a(t) = -\frac{20}{t_3 - t_2} \text{ms}^{-2}$.



2.2.2. La puissance délivrée par le moteur en phase d'accélération est : $p_m = p_{m1} + p_{m3} = 2\vec{\Gamma} \cdot \vec{\omega} = 2\Gamma \frac{v}{r}$.

2.2.3. Le TPC appliqué à $\{\Sigma \cup sol\} \Rightarrow \frac{dE_C(\Sigma/\mathcal{R})}{dt} \Big|_{\mathcal{R}} = P_{int} + P_{ext} = 2 \left(\frac{1}{2} M' + m \right) av$.

Or : $P_{ext} = M' \vec{g} \cdot \vec{v} = 0$ et $P_{int} = P_{contact} + p_m = 0 + 2\Gamma \frac{v}{r}$ (roulement sans glissement et contact suivant

une ligne). D'où : $\Gamma = \left(\frac{1}{2} M' + m \right) ar$.

2.2.4. Le TRC appliqué à la voiture s'écrit : $\frac{d\vec{P}(\Sigma/\mathcal{R})}{dt} \Big|_{\mathcal{R}} = M' \vec{g} + 2\vec{R}_1 + 2\vec{R}_2 = M' a \vec{u}_x$.

En projection on obtient : $M' a = 2(T_1 + T_2)$ (1) et $M' g = 2(N_1 + N_2)$ (2).

Le TMC appliqué à la roue (i) s'écrit : $\frac{d\vec{L}_i^*}{dt} \Big|_{\mathcal{R}} = \vec{G}_i \times \vec{R}_i + \vec{0} + \vec{\Gamma}_i \Rightarrow J \frac{d\omega}{dt} \Big|_{\mathcal{R}} = -\frac{1}{2} mra = rT_i + \Gamma_{iz}$.

On en déduit les relations : $-\frac{1}{2} mra = rT_1 - \Gamma$ (3) et $-\frac{1}{2} mra = rT_2$ (4).

Par ailleurs, le TMC appliqué à la voiture s'écrit :

$$\frac{d\vec{L}_G(\Sigma/\mathcal{R})}{dt} \Big|_{\mathcal{R}} = \sum_{i=1}^4 \vec{G}_i \times \vec{R}_i + \vec{0} = (\vec{G}_1 + \vec{G}_3) \times \vec{R}_1 + (\vec{G}_2 + \vec{G}_4) \times \vec{R}_2 \Rightarrow$$

$$-2mra \vec{u}_z = 2(-h\vec{u}_y + d\vec{u}_x) \times (T_1 \vec{u}_x + N_1 \vec{u}_y) + 2(-h\vec{u}_y - d\vec{u}_x) \times (T_2 \vec{u}_x + N_2 \vec{u}_y).$$

On obtient alors la relation: $-rma = h(T_1 + T_2) + d(N_1 - N_2)$ (5).

- (1), (3) et (4) $\Rightarrow \frac{\Gamma}{r} - ma = T_1 + T_2 = \frac{M'}{2} a \Rightarrow a = \frac{\Gamma}{\left(\frac{M'}{2} + m \right) r}$.

- (4) $\Rightarrow T_2 = -\frac{m\Gamma}{(M' + 2m)r}$. (3) $\Rightarrow T_1 = \frac{(M' + m)\Gamma}{(M' + 2m)r}$.

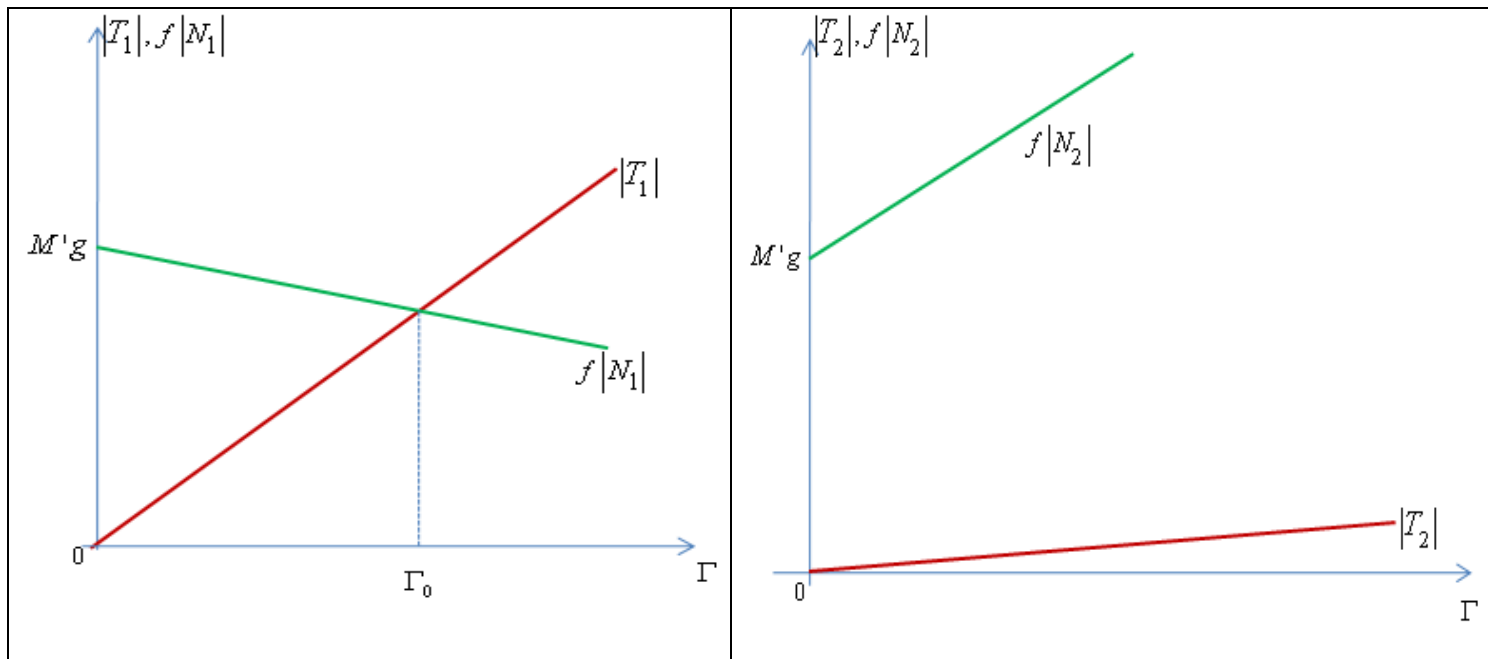
- (1), (2) et (5) $\Rightarrow N_1 = \frac{M'g}{4} - \left(\frac{hM'}{2d} + \frac{rm}{d} \right) \frac{\Gamma}{(M' + 2m)r}$ et $N_2 = \frac{M'g}{4} + \left(\frac{hM'}{2d} + \frac{rm}{d} \right) \frac{\Gamma}{(M' + 2m)r}$.

2.2.5. On a : $N_2 > N_1$. Les roues arrières ne décollent jamais car $N_2 > 0$. Les roues avant peuvent

décoller si N_1 est nulle. C'est-à-dire pour $\Gamma = \frac{(M' + 2m)M'gd}{\left(\frac{2hM'}{r} + 4m \right)}$.

2.2.6. Influence du couple moteur.

2.2.6.1.



$$\Gamma_0 = \frac{(M' + 2m) f M' g r}{4 \left[M' + m + f \left(\frac{h M'}{2d} + \frac{r m}{d} \right) \right]}$$

2.2.6.2.

1) pas de patinage tant que $|T_i| < f |N_i|$. soit pour un couple $\Gamma < \Gamma_0$.

2) pas de décollage des roues tant que $N_i > 0$. Soit : $\Gamma < \Gamma_1 = \frac{(M' + 2m)}{2 \left(\frac{M' h}{r} + 2m \right)} M' g d$.

2.2.7. Dans cette phase de glissement, (1) et (2) $\Rightarrow M' a = 2(T_1 + T_2) = -2fM'g \Rightarrow d(v^2) = 2vadt = 2adx$

$$\Rightarrow v^2(t_2) = 2fgd_f \text{ Soit : } d_f = \frac{v^2(t_2)}{2fg} . \text{ AN : } d_f \# 34m .$$

2.2.8. vieillissement des pneus, route verglacée ou lorsqu'il pleut ...

3. Quelques situations à risques

3.1. Mouvement dans un virage

3.1.1. $f \neq f'$: la forme du maillage des pneus vis-à-vis les deux mouvements n'est pas la même.

3.1.2. En mouvement circulaire uniforme : $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$.

3.1.3. La voiture ne glisse pas tant que: $|T'| = M' \frac{v^2}{R} < f' N' = f' M' g$.

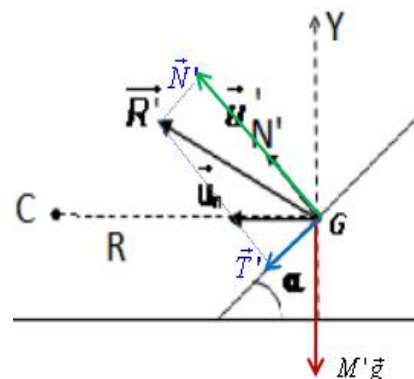
$$\text{Soit : } v < v_{\text{lim}} = \sqrt{f' g R} .$$

$$\text{AN : } v_{\text{lim}} \# 12,5m.s^{-1} \text{ ou } v_{\text{lim}} \# 45km.h^{-1} .$$

3.1.4. Route de virage inclinée

3.1.4.1. D'après le TRC : $M' \frac{v^2}{R} \vec{u}_n = \vec{R}' + M' \vec{g}$.

$$\Rightarrow M' \frac{v^2}{R} (\sin \alpha \vec{u}_{N'} - \cos \alpha \vec{u}_{T'}) = \vec{R}' - M' g (\cos \alpha \vec{u}_{N'} + \sin \alpha \vec{u}_{T'})$$



$$\underline{D'où : N' = M' \left(\frac{v^2}{R} \sin \alpha + g \cos \alpha \right)} \quad \text{et} \quad \underline{T' = -M' \left(\frac{v^2}{R} \cos \alpha - g \sin \alpha \right)}.$$

3.1.4.2. La réaction est normale à la route si : $T' = 0 \Rightarrow \frac{v_{cr}^2}{R} \cos \alpha = g \sin \alpha \Rightarrow \underline{v_{cr} = \sqrt{Rg \tan \alpha}}$.

3.1.4.3. Pour $v < v_{cr}$, $|T'| = M' \left(g \sin \alpha - \frac{v^2}{R} \cos \alpha \right)$. Il n'y aura pas de dérapage tant que :

$$|T'| < f' N'. \text{ Soit : } g \sin \alpha - \frac{v^2}{R} \cos \alpha < f' \left(\frac{v^2}{R} \sin \alpha + g \cos \alpha \right) \text{ ou}$$

$$g (\sin \alpha - f' \cos \alpha) < \frac{v^2}{R} (f' \sin \alpha + \cos \alpha). \text{ Où encore : } v > v_{\min} = \underline{\sqrt{\frac{Rg (\tan \alpha - f')}{(f' \tan \alpha + 1)}}} : \text{ Dans un}$$

virage incliné, la voiture risque de dérapier si la vitesse est assez faible sous l'effet de son poids.

3.1.4.4. Pour $v > v_{cr}$, $|T'| = M' \left(\frac{v^2}{R} \cos \alpha - g \sin \alpha \right)$. Il n'y aura pas de dérapage tant que :

$$\frac{v^2}{R} \cos \alpha - g \sin \alpha < f' \left(\frac{v^2}{R} \sin \alpha + g \cos \alpha \right) \text{ ou : } \frac{v^2}{R} (\cos \alpha - f' \sin \alpha) < g (\sin \alpha + f' \cos \alpha). \text{ Où}$$

$$\text{encore : } v < v_{\max} = \underline{\sqrt{\frac{Rg (\tan \alpha + f')}{(1 - f' \tan \alpha)}}} : \text{ contrairement au virage plan, on peut aborder un virage}$$

incliné avec une vitesse beaucoup supérieure à v_{\lim} sans risque de dérapage.

3.1.4.5. Pour une vitesse: $0 < v < v_{ax} = v_{cr} = \sqrt{f' g R}$, $v < \sqrt{g R / f'}$. Il n'y aura pas de dérapage si :

$$g \sin \alpha - \frac{v^2}{R} \cos \alpha < f' \left(\frac{v^2}{R} \sin \alpha + g \cos \alpha \right) \Rightarrow \sin \alpha \left(g - f' \frac{v^2}{R} \right) < \cos \alpha \left(f' g + \frac{v^2}{R} \right)$$

$$\Rightarrow \tan \alpha < \frac{\left(f' g + \frac{v^2}{R} \right)}{\left(g - f' \frac{v^2}{R} \right)}. \text{ Soit : } \alpha < \tan^{-1} \left[\frac{\left(f' g + \frac{v^2}{R} \right)}{\left(g - f' \frac{v^2}{R} \right)} \right].$$

3.2. Etude d'un accident entre deux véhicules

3.2.1. Cas $t_r = 0$

3.2.1.1. D'après le TRC, $M_i \vec{a}_i = \vec{T}_i + \vec{N}_i + M_i \vec{g}$. En projection, $\vec{N}_i = -M_i \vec{g}$ et $M_i \vec{a}_i = \vec{T}_i = -f N_i \vec{u}_x$.

$$\Rightarrow \underline{\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = -fg \vec{u}_x}.$$

3.2.1.2. $d_1 - d_2 = \frac{v_0^2}{2fg} - \frac{k^2 v_0^2}{2fg} = \frac{v_0^2}{2fg} (1 - k^2) = \frac{5}{18} \frac{v_0^2}{fg}$. à l'arrêt, $x_2 - x_1 = D + d_2 - d_1 = D - \frac{5}{18} \frac{v_0^2}{fg}$.

AN : $x_2 - x_1 \# 5.5m$. Pas d'accident.

3.2.1.3. $x_1' = v_0 t_{rm} + d_1 = x_2 = D + d_2 \Rightarrow v_0 t_{rm} = D + d_2 - d_1 \Rightarrow t_{rm} = \underline{\frac{1}{v_0} \left(D - \frac{5}{18} \frac{v_0^2}{fg} \right)}$. AN :

$$\underline{t_{rm} \# 0,22s}.$$

Précautions : freinage assisté, pneus en bon état, être attentif et ne pas conduire en état d'ivresse...

3.2.2. Cas $t_r = 2t_{rm}$

3.2.2.1. On suppose le camion immobile au moment du choc. Ainsi :

$$x_1'' = 2v_0 t_{rm} + \frac{v_0^2 - v_a^2}{2fg} = 2v_0 t_{rm} + d_1 - \frac{v_a^2}{2fg} = x_2 = D + d_2 \Rightarrow \frac{v_a^2}{2fg} = 2v_0 t_{rm} + d_1 - d_2 - D = D - d_1 + d_2$$

$$\Rightarrow v_a = \sqrt{2fg(D - d_1 + d_2)}.$$

3.2.2.2. La conservation de la quantité de mouvement du système isolé donne :

$$(M' + M_c)v_a' = M'v_a \Rightarrow v_a' = \frac{M'}{M' + M_c}v_a = \frac{v_a}{10}.$$

3.2.2.3. D'après le TRC : $a = -fg = \frac{dv}{dt} = \frac{0 - v_a'}{T} \Rightarrow T = \frac{v_a'}{10fg}$. AN : $T \approx 0,136s$.

3.2.3. Effet d'un accident sur les usagers de véhicules

3.2.3.1. $F_1 = \frac{m_c |\Delta v|}{T} = \frac{m_c v_a}{T}$.

3.2.3.2. AN : $F_1 \approx 400daN$. $< 800daN$: en utilisant sa ceinture, le risque que court le conducteur n'est pas critique.

3.2.3.3. $p = \frac{m_t |\Delta v|}{\tau S} = \frac{9m_t v_a}{10\tau S}$. AN : $p \approx 70.10^5 Pa$.

3.2.3.4. $F_3 = \frac{m_c |\Delta v|}{2\tau} = \frac{9m_c v_a}{20\tau}$. AN : $F_3 \approx 4000daN$: cette force a un effet critique sur le thorax du vieillard.

3.2.4.

3.2.4.1. A T constante : $PV_v = (P + p)(V_v - \pi r_a^2 h_a) \Rightarrow p = \frac{\pi r_a^2 h_a}{(V_v - \pi r_a^2 h_a)} P$. AN : $p \approx 1600Pa$.

3.2.4.2. $p > 20Pa$: le son suivant l'ouverture de l'air bag est douloureux pour les oreilles.

4. Utilisation des radars pour mesurer des vitesses

4.1. Mesure de la vitesse d'un véhicule par un radar.

4.1.1. A t_0 , la voiture est en $x_0 = d_0 + vt_0 = ct_0 \Rightarrow t_0 = \frac{d_0}{c - v}$.

4.1.2. $t_1 = t_0 + \frac{x_0}{c} = 2t_0$. $t_1 = \frac{2d_0}{c - v}$.

4.1.3. A t_2 , la voiture est en $x_2 = d_0 + vt_2 = c(t_2 - T) \Rightarrow t_2 = \frac{d_0 + cT}{c - v}$.

4.1.4. $t_3 = t_2 + \frac{x_2}{c} = 2t_2 - T = 2\frac{d_0 + cT}{c - v} - T$. $t_3 = \frac{2d_0 + (c + v)T}{c - v}$.

4.1.5. $T' = t_3 - t_1 = \frac{2d_0 + (c + v)T}{c - v} - \frac{2d_0}{c - v}$. soit : $T' = \frac{(c + v)}{(c - v)}T$ et $v' = \frac{(c - v)}{(c + v)}v$.

$T' > T$: l'écho est plus grave le signal émis lorsque le véhicule s'éloigne de la source.

4.1.6. $\delta v = v' - v = \left(\frac{c - v}{c + v} - 1\right)v = -\frac{2v}{c + v}v$. Soit : $\delta v \approx -\frac{2v}{c}v$.

4.1.7. $v \approx \frac{c\delta v}{2v}$. AN : $v \approx 29m.s^{-1}$. Ou : $v \approx 105km.h^{-1}$: excès de vitesse !!

4.1.8. Déviation vers le rouge et extension de l'univers. Elargissement spectral des lampes haute pression.

4.2. Principe de la détection radar.

$$4.2.1. \vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y = E_0 \cos\left(2\pi\nu\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \vec{u}_y.$$

$$4.2.2. \vec{B}_i(M, t) = \frac{\vec{u}_x}{c} \times \vec{E}_i(M, t) = \frac{E_0}{c} \cos\left(2\pi\nu\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \vec{u}_z.$$

4.2.3. Conditions de passage : $\vec{E}(x_v^-, t) = \vec{E}(x_v^+, t) = \vec{0}$ (L1). $\vec{B}(x_v^-, t) = \vec{B}(x_v^+, t) = \vec{0}$ (L2). Le champ de l'onde incidente, à elle seule ne peut pas vérifier ces conditions. D'où l'existence de l'onde réfléchi et $\vec{E}_i(x_v, t) + \vec{E}_r(x_v, t) = \vec{0}$ (L1). $\vec{B}_i(x_v, t) + \vec{B}_r(x_v, t) = \vec{0}$ (L2).

$$4.2.4. \vec{E}_i' = \vec{E}_i + \vec{v}_e \times \vec{B}_i = \vec{E}_i + \vec{v} \times \left(\frac{\vec{u}_x}{c} \times \vec{E}_i\right) = \vec{E}_i + \left(\vec{0} - \left(\vec{v} \frac{\vec{u}_x}{c}\right) \times \vec{E}_i\right) = \left(1 - \frac{v}{c}\right) \vec{E}_i.$$

$$\vec{E}_r' = \vec{E}_r + \vec{v}_e \times \vec{B}_r = \vec{E}_r + \vec{v} \times \left(\frac{-\vec{u}_x}{c} \times \vec{E}_r\right) = \left(1 + \frac{v}{c}\right) \vec{E}_r$$

$$4.2.5. x_v(t) = vt.$$

$$4.2.6. \text{ Dans } R', x_v'(t) = 0 \text{ et } x_o'(t) = -vt. \quad (L1) \Rightarrow \vec{E}_i'(V, t) + \vec{E}_r'(V, t) = \vec{0} \\ \Rightarrow E_0' \cos(2\pi\nu(1-v/c)t) \vec{u}_y + \vec{E}_{0r}' \cos(2\pi\nu_r(1+v/c)t) = \vec{0} \quad \forall t \quad (L1').$$

$$4.2.7. (L1') \Rightarrow \nu(1-v/c) = \nu_r(1+v/c) \Rightarrow \nu_r = \frac{(1-v/c)}{(1+v/c)} \nu. \text{ (la même qu'en 4.1.5.)}$$

$$(\vec{E}_{0r}' = -E_0' \vec{u}_y = \left(1 - \frac{v}{c}\right) E_0 \vec{u}_y. \quad \vec{E}_{0r} = \frac{(1-v/c)}{(1+v/c)} E_0 \vec{u}_y)$$

$$4.2.8. e = -\frac{d\Phi(t)}{dt}. \quad \Phi(t) = N \iint_{\text{une spire}} \vec{B}_r \cdot d\vec{s}.$$

4.2.9. $\lambda_r = \frac{c}{\nu_r} = \frac{(1+v/c)}{(1-v/c)} \frac{c}{\nu}$. AN : $\lambda_r \# 6cm$: la largeur du cadre $l = 5mm \ll \lambda_r$. on peut donc supposer le champ réfléchi comme uniforme sur le cadre. Ainsi :

$$\Phi(t) = NILB_{rz}(0, t) = NIL \frac{(1-v/c)}{(1+v/c)} \frac{E_0}{c} \cos(2\pi\nu_r t) \approx NIL \left(1 - \frac{2v}{c}\right) \frac{E_0}{c} \cos(2\pi\nu_r t).$$

$$4.2.10. e(t) = 2\pi\nu_r NIL \frac{(1-v/c)}{(1+v/c)} \frac{E_0}{c} \sin(2\pi\nu_r t) \cdot V_{d,eff} = \sqrt{2}\pi\nu_r NIL \frac{(1-v/c)}{(1+v/c)} \frac{E_0}{c} \approx \sqrt{2}\pi\nu_r NIL (1-2v/c) \frac{E_0}{c}.$$

4.2.11. Par unité de surface, la puissance moyenne détectée est : $\frac{1}{S} \iint_S \langle \vec{\pi}_r \rangle \cdot d\vec{s}$. Or : $\vec{\pi}_r = \vec{E}_r \times \frac{\vec{B}_r}{\mu_0} = \varepsilon_0 c \vec{E}_r^2$.

$$P_{m,s} = \varepsilon_0 c \langle \vec{E}_r^2 \rangle = \frac{\varepsilon_0 c}{2} \left[\frac{(1-v/c)}{(1+v/c)} \right]^2 E_0^2 = \frac{\varepsilon_0 c^3}{4N^2 \pi^2} \left(\frac{V_{d,eff}}{\nu_r l L} \right)^2. \text{ AN : } P_{m,s} \# 9,7 \cdot 10^{-17} W, \text{ trop faible. ce}$$

radar est donc très sensible.